**BAREM clasa a XI-a**

**1.** Punctele $A_i$ se află pe dreapta $ax + by + c = 0$ ($c \neq 0$ căci altfel $M$ ar fi singulară).

$M^{-1} = (z_{hk})$. Avem $\sum_{h=1}^{4} x_h z_{hk} = \delta_{1k}$, $\sum_{h=1}^{4} y_h z_{hk} = \delta_{2k}$ ................................................. 2 puncte

Prin însumare $\sum_{h=1}^{4} (ax_h + by_h) z_{hk} = a\delta_{1k} + b\delta_{2k}$ ........................................................... 3 puncte

Concluzia $\sum_{h,k=1}^{4} z_{hk} = \frac{a+b}{-c}$ ..................................................................................... 2 puncte

**2.** a) Cazurile sup $A = 0$ şi sup $A = 1$ ... 1 punct

Cazul sup $A \in (0, 1)$ ........................................................................................ 2 puncte

b) $x_o$ = sup $A$

Cazul $x_o = 0$ ........................................................................................................ 1 punct

Cazul $x_o = 1$ ........................................................................................................ 1 punct

Cazul $x_o \in (0, 1)$ ................................................................................................. 2 puncte

**3.** a) Dacă $A$ nu are coloane nule, $A$ se poate scrie, de exemplu, ca sumă de matrice cu câte o singură coloană nenulă ........................................................................................ 2 puncte

Cazul în care $A$ are coloană nulă şi cel puţin una nenulă ................................................ 1 punct

Pentru $A = 0$ se ia $B_1 = B_2 = B_3$ cu $b_{11} = 1$ şi $b_{ij} = 0$ iar $B_4$ cu – 3 pe poziţia (1, 1) şi 0 în rest ........................................................................................................................... 1 punct

b) Se arată, de exemplu, că pentru $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{C})$, rang A = $k$, rang B = 1 avem rang $(A + B) \leq k + 1$ ................................................................................................ 3 puncte

**4.** a) $f$ continuă atrage $f$ strict monotonă, deci $f^{-1}$ şi $f$ au monotonii diferite, absurd ...... 2 puncte

b) $f(1) = 1$ .......................................................................................................... 1 punct

Dacă $f$ continuă în 1 cu un număr finit de discontinuităţi, există $a < 1 < b$ astfel ca $f_{|(a,b)}$ continuă şi se aplică a) ....................................................................................... 2 puncte

c) Corespondenţa e de tipul (aici $\alpha = 3$):

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 2 & 3 \\ 2 & \frac{1}{3} & 1 & 3 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

şi $f: (2, 3) \to (1/2, 1)$ prin $f(x) = \frac{x-1}{2}$. Condiţia $f^{-1} = \frac{1}{f}$ defineşte unic $f$ pe fiecare dintre intervalele (1/2, 1), (1/3, 1/2), (1, 2) ......................................................................... 2 puncte